

Ασκήσεις για το σπίτι (I)

**I.1** (1 μονάδα)

Να αποδειχθεί ότι ο τύπος  $\Box p_0 \wedge \Box p_1 \rightarrow \Box(p_0 \wedge p_1)$  είναι έγκυρος.

**I.2** (2 μονάδες)

Έστω τα πλαίσια  $\mathfrak{F}_1 = \langle \mathbb{N}, < \rangle$  και  $\mathfrak{F}_2 = \langle \mathbb{Q}, < \rangle$ . Να αποδειχθεί αν ισχύει ή όχι καθεμιά από τις παρακάτω περιπτώσεις.

(α)  $\mathfrak{F}_1 \Vdash \Box p \rightarrow \Diamond \Box p$

(β)  $\mathfrak{F}_2 \Vdash \neg \Box p \rightarrow \Box \neg \Box p$

**I.3** (1.5 μονάδα)

Να αποδειχθεί ότι οι παρακάτω τύποι δεν είναι έγκυροι.

(α)  $\Box \perp$

(β)  $\Diamond p \rightarrow \Box p$

(γ)  $\Diamond \Box p \rightarrow \Box \Diamond p$

**I.4** (2 μονάδες)

Να αποδειχθεί ότι ο τύπος  $\Box p \rightarrow \Diamond p$  είναι έγκυρος σε ένα πλαίσιο  $\mathfrak{F} = \langle W, \mathcal{R} \rangle$  ανν το  $\mathfrak{F}$  είναι σειριακό, δηλ. ανν ισχύει σ' αυτό  $(\forall w \in W)(\exists v \in W)w\mathcal{R}v$ .

**I.5** (2 μονάδες)

Να αποδειχθεί ότι ο τύπος  $\Diamond \Box p \rightarrow \Box \Diamond p$  είναι έγκυρος σε ένα πλαίσιο  $\mathfrak{F} = \langle W, \mathcal{R} \rangle$  ανν το  $\mathfrak{F}$  είναι ασθενώς κατευθυνόμενο, δηλ. ανν ισχύει σ' αυτό

$$(\forall w, v, u \in W)(w\mathcal{R}v \ \& \ w\mathcal{R}u \Rightarrow (\exists s \in W)(v\mathcal{R}s \ \& \ u\mathcal{R}s))$$

Προθεσμία παράδοσης

Παρασκευή, 2/11/2012 για χειρόγραφα ή Κυριακή, 4/11/2012 για ηλεκτρονική αποστολή.