

### Ασκήσεις για το σπίτι (VIII)

#### VIII.1 (1 μονάδα)

Έστω δύο κόμματα  $A$  και  $B$ , τα οποία σε δημοσκοπήσεις πριν από τις βουλευτικές εκλογές εμφανίζονται να έχουν ποσοστά γύρω στο 3%, με μεγαλύτερη πιθανότητα να το υπερβαίνουν. Την ημέρα των εκλογών γίνεται ένα exit poll. Προκειμένου να αποφύγει λάθος εκτίμηση η εταιρεία που το διεξάγει, αποφάσισε να μην ανακοινώσει τα συμπεράσματά της για κάποιο κόμμα από τα  $A$  ή  $B$  στην περίπτωση που αυτό εμφανίζεται να είναι γύρω στο 3%. Επειδή όμως η δημοσκοπική τάση των  $A$  και  $B$  πριν τις εκλογές έδειχνε πιο πιθανή την είσοδό τους στη Βουλή, αν τελικά κάποιο από τα  $A$  ή  $B$  μένει εκτός Βουλής, αυτό θα είναι για πολύ λίγο, στο exit poll θα εμφανίζεται πολύ κοντά στο 3%, κι έτσι η εταιρεία δεν θα ανακοινώσει το συμπέρασμά της για αυτό το κόμμα. Αν τελικά κάποιο από αυτά μπαίνει στη Βουλή, τότε θα περνά καθαρά το 3%, κι έτσι η εταιρεία θα το ανακοινώσει.

(α) Έχοντας υπόψη όλα τα παραπάνω, να κατασκευαστεί ένα επιστημικό μοντέλο που να περιγράφει την επιστημική κατάσταση του αντιλήπτορα (agent) σε κάθε περίπτωση (προφανώς στο μοντέλο αυτό έχει νόημα να εμφανίζονται δύο προτασιακές μεταβλητές που να περιγράφουν για κάθε κόμμα από τα  $A$  και  $B$ , αν μπαίνει στη Βουλή ή όχι· επίσης, κατά την κατασκευή του μοντέλου να ληφθεί υπόψη η διαφοροποιησιμότητα ή μη, των κόσμων μεταξύ τους).

(β) Να βρείτε κόσμο στο παραπάνω μοντέλο, στον οποίο ο αντιλήπτορας να πιστεύει ότι το κόμμα  $A$  μπαίνει στη Βουλή, όμως να μην είναι σίγουρος για αυτό (δηλ. να μην το γνωρίζει).

#### VIII.2 (1 μονάδα)

Να αποδειχθεί ότι η διτροπική λογική  $S4.2 + DB$  (όπου  $DB$ .  $Bp \equiv \neg K\neg Kp$ ) είναι πλήρης ως προς την κλάση των Kripke-πλαisiών (για την  $\mathcal{L}_{KB}$ )  $\langle W, \mathcal{R}_K, \mathcal{R}_B \rangle$ , τα οποία είναι ανακλαστικά, μεταβατικά, και ασθενώς κατευθυνόμενα ως προς  $\mathcal{R}_K$ , και για τα οποία ισχύει

$$(\forall w, v \in W)(w\mathcal{R}_B v \iff (\forall u \in W)(w\mathcal{R}_K u \Rightarrow u\mathcal{R}_K v))$$

#### VIII.3 (1 μονάδα)

Να αποδειχθεί ότι τα αξιώματα  $K$  και  $4$  δεν είναι έγκυρα στην κλάση όλων των πλαisiών γειτονιάς, καθώς και ότι οι κανόνες  $RN$  και  $RM$  δεν διατηρούν την εγκυρότητα στην κλάση αυτή.

#### VIII.4 (1 μονάδα)

Να αποδειχθεί ότι το αξίωμα  $5$  είναι έγκυρο σε εκείνα ακριβώς τα πλαίσια γειτονιάς  $\langle W, \mathcal{N} \rangle$ , τα οποία ικανοποιούν την ιδιότητα

$$(\forall w \in W)(\forall X \subseteq W)(X \notin \mathcal{N}(w) \Rightarrow \{v \in W \mid X \notin \mathcal{N}(v)\} \in \mathcal{N}(w))$$